Desen tehnic si infografica (2) Grafica asistata de calculator

curs 3

Cap 1. Transformări geometrice ale figurilor din plan şi spaţiu

Transformarea de rotație

Axinte Mihai, șef lucrări dr. ing.

*ROTATIA

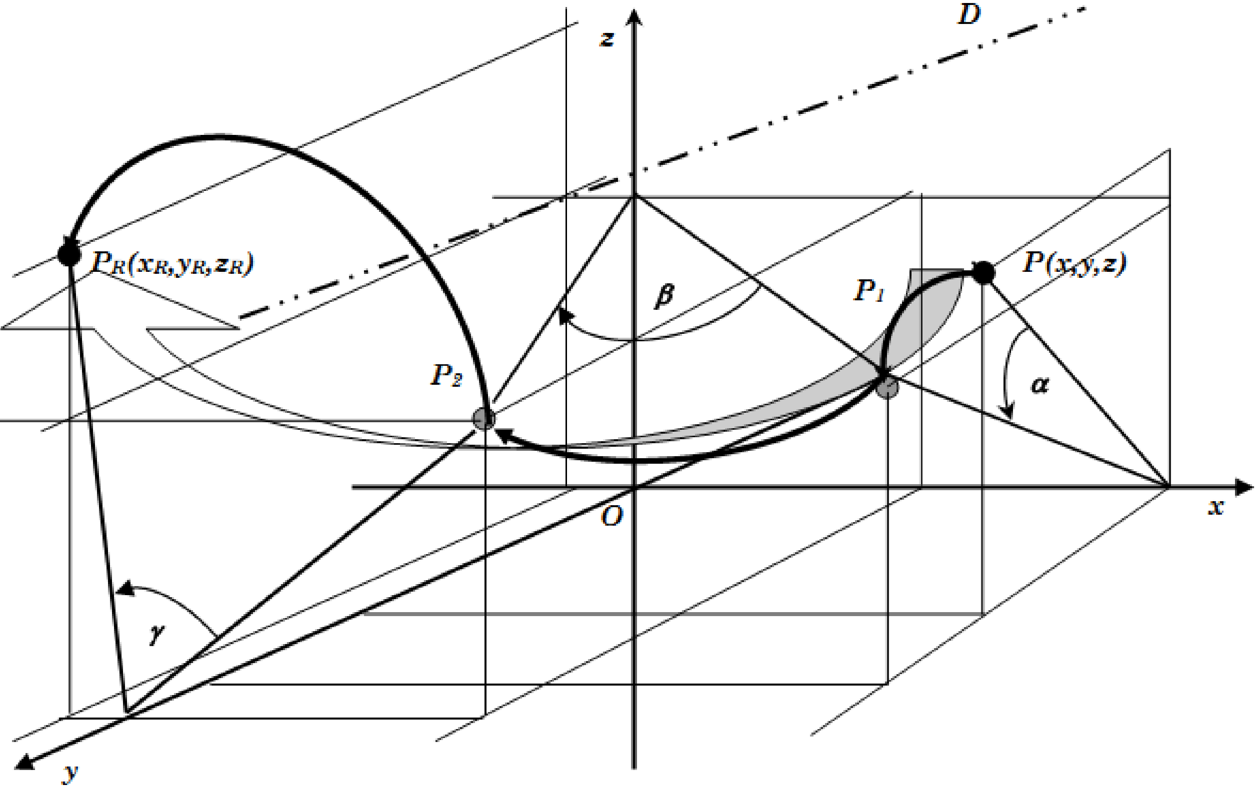
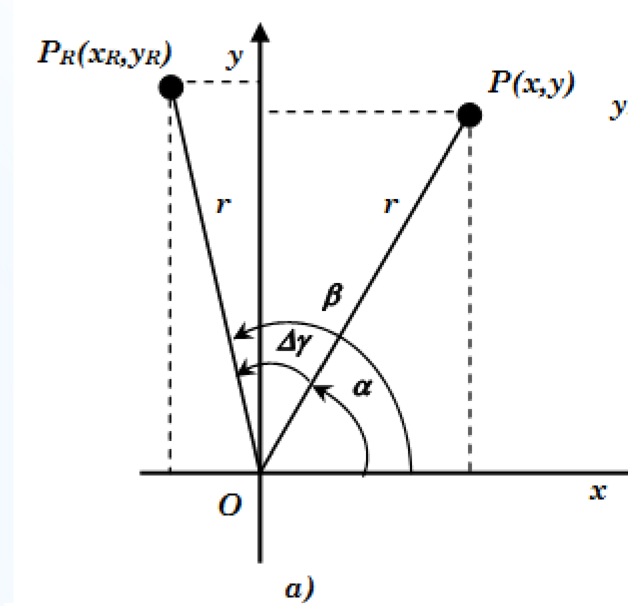
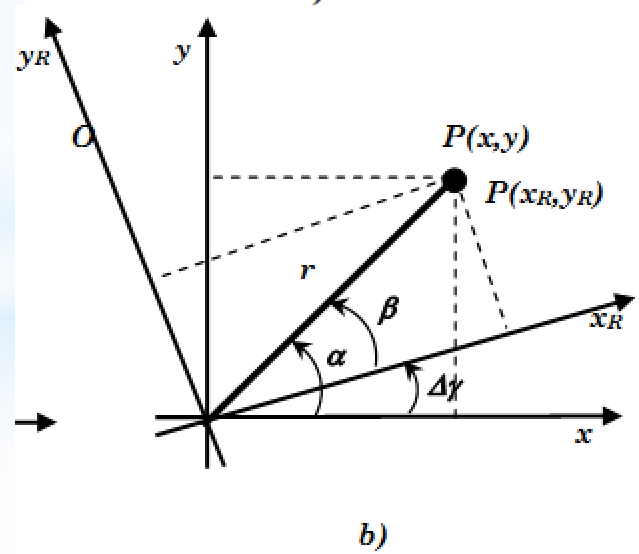


Figura 1.7. Transformarea geometrică de rotație a unui punct față de o direcție oarecare D și descompunerea ei în trei rotații în jurul axelor de coordonate.





*ROTATIA

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos\alpha \\ y = r \cdot \sin\alpha \end{cases}, \text{ pentru } P \qquad (1.15)$$

$$\begin{cases} x_R = r \cdot \cos\beta \\ y_R = r \cdot \sin\beta \end{cases} \text{ sau } \begin{cases} x_R = r \cdot \cos(\alpha + \Delta\gamma) \\ y_R = r \cdot \sin(\alpha + \Delta\gamma) \end{cases}, \text{ pentru } P_R \qquad (1.16)$$

Folosind relații trigonometrice pentru P_R putem obține:

$$\begin{cases} x_R = r \cdot \cos\alpha \cdot \cos\Delta\gamma - r \cdot \sin\alpha \cdot \sin\Delta\gamma \\ y_R = r \cdot \sin\alpha \cdot \cos\Delta\gamma + r \cdot \cos\alpha \cdot \sin\Delta\gamma \end{cases} \qquad (1.17)$$

sau prin înlocuirea relațiilor (1.15) în relațiile (1.17):

$$\begin{cases} x_R = x \cdot \cos\Delta\alpha - y \cdot \sin\Delta\gamma \\ y_R = y \cdot \cos\Delta\alpha + x \cdot \sin\Delta\gamma \end{cases} \text{ sau } \begin{cases} x_R = x \cdot \cos\Delta\gamma - y \cdot \sin\Delta\gamma \\ y_R = x \cdot \sin\Delta\gamma + y \cdot \cos\Delta\gamma \end{cases} \qquad (1.18)$$

În formă matriceală relațiile (1.18) devin:

$$\begin{bmatrix} x_R \\ y_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Delta\alpha & -\sin\Delta\gamma \\ \sin\Delta\alpha & \cos\Delta\gamma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \qquad (1.19)$$

$$\begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma\cos\beta & \sin\gamma\cos\alpha + \cos\gamma\sin\beta\sin\alpha & \sin\gamma\sin\alpha - \cos\gamma\sin\beta\cos\alpha \\ -\sin\gamma\cos\beta & \cos\gamma\cos\alpha - \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma & \cos\gamma\sin\alpha + \sin\gamma\sin\beta\cos\alpha \\ \sin\beta & -\cos\beta\sin\alpha & \cos\beta\cos\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$[P_R] = [R] \cdot [P]$$

*ROTATIA